

Perancangan IIR Hilbert Transformers Menggunakan Prosesor Sinyal Digital TMS320C542

Endra

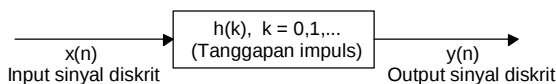
Jurusan Sistem Komputer Universitas Bina Nusantara , Jakarta 11480, email : endraoey@binus.ac.id

Abstract – Pada makalah ini akan dirancang filter digital Infinite Impulse Response (IIR) yang akan menghasilkan pasangan sinyal yang saling berbeda fase 90° yang dikenal dengan nama pasangan Hilbert transform. Perancangan tersebut dilakukan dengan cara mengkonversi pasangan filter all-pass analog orde tiga dengan output yang saling berbeda fase 90° menggunakan metode bilinear transformation. Hasil perancangan disimulasikan menggunakan MatLab dan kemudian diimplementasikan pada prosesor sinyal digital TMS320C542. Dari hasil implementasi dengan frekuensi sampling 9259,259 Hz didapatkan pasangan sinyal dengan beda fase sekitar 90° pada rentang frekuensi 430 Hz sampai 4200 Hz dengan root mean square error dari 90° sebesar 2,236.

Kata Kunci: filter digital IIR, pasangan Hilbert transform, bilinear transformation, prosesor sinyal digital TMS320C542 .

1. PENDAHULUAN

Filter adalah sebuah sistem atau jaringan yang secara selektif merubah karakteristik (bentuk gelombang, frekuensi, fase dan amplitudo) dari sebuah sinyal. Secara umum tujuan dari pemfilteran adalah untuk meningkatkan kualitas dari sebuah sinyal misalnya menghilangkan atau mengurangi noise, mendapatkan informasi yang dibawa oleh sinyal atau untuk memisahkan dua atau lebih sinyal yang sebelumnya dikombinasikan, dimana sinyal tersebut dikombinasikan dengan tujuan mengefisienkan pemakaian saluran komunikasi yang ada [1]. Filter digital adalah sebuah implementasi algoritma matematik ke dalam perangkat keras dan/atau perangkat lunak yang beroperasi pada sebuah input sinyal digital untuk menghasilkan sebuah output sinyal digital agar tujuan pemfilteran tercapai [2]. Filter digital IIR memiliki tanggapan impuls dengan durasi tak berhingga. Diagram blok untuk filter digital IIR dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1 : Blok Diagram Dasar Filter Digital.

Filter digital IIR dituliskan dalam persamaan :

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)x(n-k) \quad (1)$$

Bentuk rekursif filter digital IIR :

$$y(n) = \sum_{k=0}^N a_k x(n-k) - \sum_{k=1}^M b_k y(n-k) \quad (2)$$

dimana a_k dan b_k adalah koefisien filter sedangkan M adalah orde dari filter IIR [3].

Sebuah Hilbert transformers ideal adalah sebuah filter all-pass yang memberikan pergeseran fase 90° pada inputnya. Aplikasi dari Hilbert transformers diantaranya pada pembangkitkan single side band modulated signals, radar signal processing, dan speech signal processing. Secara praktis tidak mungkin untuk merancang sebuah all-pass Hilbert transformers tapi hanya berupa filter band-pass dengan lebar pita tertentu [3]. Hilbert transformers biasanya berupa filter digital Finite Impulse Response (FIR) namun memerlukan jumlah koefisien yang banyak sehingga memerlukan memori dan jumlah perhitungan yang banyak. Sehingga implementasi menggunakan filter digital IIR akan lebih efisien dalam hal jumlah koefisien dan perhitungan.

Implementasi IIR Hilbert transformers adalah dengan membuat sepasang filter digital IIR dengan diberi input yang sama dimana outputnya akan memiliki respon magnitude yang sama tapi saling berbeda fase 90° pada lebar pita tertentu, jadi berupa sebuah pasangan Hilbert transform. Jadi IIR Hilbert transformers tidak memberikan pergeseran fase 90° pada inputnya tapi pada pasangan outputnya dan pada kebanyakan aplikasi hal ini yang diperlukan.

2. PERANCANGAN PASANGAN IIR HILBERT TRANSFORM

2.1. Pasangan filter all-pass analog orde tiga

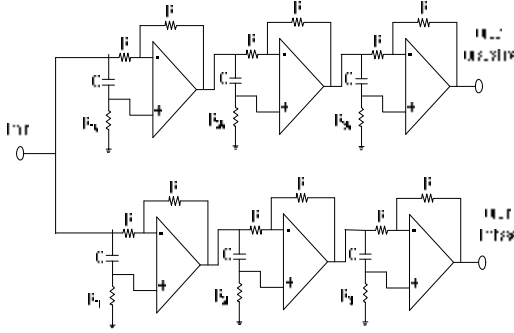
Gambar 2. adalah pasangan filter all-pass analog orde tiga menggunakan rangkaian Op-Amp [4]. Fungsi alih untuk output quadrature pada rangkaian di Gambar 2. adalah :

$$H_Q(s) = \frac{\prod_{i=1}^3 (a_{iQ}s - 1)}{\prod_{i=1}^3 (a_{iQ}s + 1)} \quad (3)$$

Sedangkan fungsi alih untuk *output inphase* adalah :

$$H_I(s) = \frac{\prod_{i=1}^3 (a_{iI}s - 1)}{\prod_{i=1}^3 (a_{iI}s + 1)} \quad (4)$$

Dimana $a_{iQ} = R_{iQ}C$, $a_{iI} = R_{iI}C$ dan $i = 1, 2$ dan 3 .



Gambar 2 : Rangkaian pasangan filter *all-pass* analog.

Output quadrature dan *inphase* dapat dibuat berbeda fase 90° pada lebar pita tertentu dengan memilih nilai R_{iQ} , R_{iI} dan C yang tepat. Kemudian rangkaian pasangan filter *all-pass* analog tersebut dikonversi menjadi filter digital *IIR* menggunakan *bilinear transformation*, yaitu merubah fungsi alih dalam domain S ke domain Z menggunakan :

$$s = \frac{2}{T_s} \left(\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) \quad (5)$$

T_s adalah waktu sampling.

2.2. IIR Hilbert Transformers

Dengan mengkonversi “persamaan (3)” dan “persamaan (4)” ke dalam domain Z menggunakan “persamaan (5)” maka didapatkan fungsi alih untuk pasangan *IIR Hilbert transform* :

$$H_Q(z) = \frac{\prod_{i=1}^3 (1 - b_{iQ} z^{-1})}{\prod_{i=1}^3 (b_{iQ} - z^{-1})} \quad (6)$$

$$H_I(z) = \frac{\prod_{i=1}^3 (1 - b_{iI} z^{-1})}{\prod_{i=1}^3 (b_{iI} - z^{-1})} \quad (7)$$

$$\text{Dimana : } b_{iQ} = \frac{1 + \frac{T_s}{2a_{iQ}}}{1 - \frac{T_s}{2a_{iQ}}} \quad (8)$$

$$\text{dan : } b_{iI} = \frac{1 + \frac{T_s}{2a_{iI}}}{1 - \frac{T_s}{2a_{iI}}} \quad (9)$$

2.3. Prosesor Sinyal Digital TMS320C542

TMS320C542 adalah prosesor sinyal digital *fixed point* sebagai *Application Specific Integrated Circuits* yang termasuk dalam keluarga besar prosesor TMS320 produksi *Texas Instrument*.

Prosesor ini menggunakan *advanced modified Harvard architecture* dimana terdapat satu bus untuk program, tiga bus untuk data, dan empat bus untuk pengalamatan sehingga memungkinkan untuk mengakses instruksi dan data secara bersamaan.

Antar-muka antara prosesor *DSP* dan sinyal analog menggunakan *ADC/DAC* 14 bit yang dapat diprogram [5],[6],[7],[8].

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Pasangan filter *all-pass* analog orde tiga

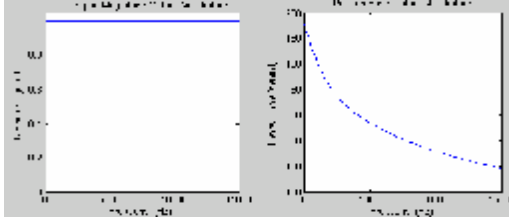
Dengan menggunakan nilai-nilai komponen $R_{1Q} = 520,1 \Omega$, $R_{2Q} = 6,034 \text{ k}\Omega$, $R_{3Q} = 47,06 \text{ k}\Omega$, $R_{1I} = 2,124 \text{ k}\Omega$, $R_{2I} = 16,57 \text{ k}\Omega$, $R_{3I} = 192,1 \text{ k}\Omega$ dan $C = 2200 \text{ pF}$ pada rangkaian Gambar 2, maka didapatkan nilai-nilai $a_{1Q} = 1,1 \cdot 10^{-6}$, $a_{2Q} = 1,33 \cdot 10^{-5}$, $a_{3Q} = 1,035 \cdot 10^{-4}$, $a_{1I} = 4,7 \cdot 10^{-6}$, $a_{2I} = 3,65 \cdot 10^{-5}$ dan $a_{3I} = 4,226 \cdot 10^{-4}$. Dengan memasukan nilai-nilai tersebut ke “persamaan (3)” dan “persamaan (4)” maka didapatkan fungsi alih untuk *output quadrature* :

$$H_Q(s) = \frac{1,5726 \cdot 10^{-15} s^3 - 1,508 \cdot 10^{-9} s^2 + 1,1795 \cdot 10^{-4} s - 1}{1,5726 \cdot 10^{-15} s^3 + 1,508 \cdot 10^{-9} s^2 + 1,1795 \cdot 10^{-4} s + 1} \quad (10)$$

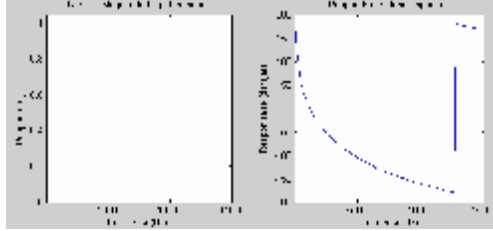
Sedangkan fungsi alih untuk *output inphase* :

$$H_I(s) = \frac{7,199 \cdot 10^{-14} s^3 - 1,7551 \cdot 10^{-8} s^2 + 4,6375 \cdot 10^{-4} s - 1}{7,199 \cdot 10^{-14} s^3 + 1,7551 \cdot 10^{-8} s^2 + 4,6375 \cdot 10^{-4} s + 1} \quad (11)$$

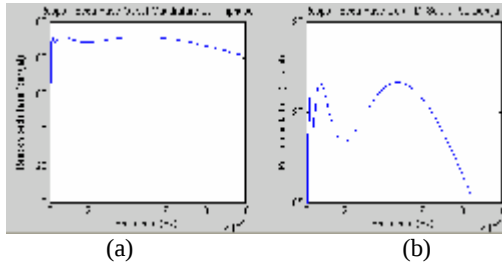
Frekuensi respon untuk *ouput quadrature* dan *inphase* didapatkan dengan memasukan $s = j\omega$ pada “persamaan (10)” dan “persamaan (11)”. Respon *magnitude* dan fase untuk *ouput quadrature* dan untuk *output inphase* didapatkan dengan menggunakan *MatLab* dan hasilnya dapat dilihat pada Gambar 3 dan Gambar 4. Sedangkan pada Gambar 5. dapat dilihat respon beda fase antara *output quadrature* dan *inphase*.



Gambar 3 : Respon magnitude dan fase untuk *ouput quadrature*.



Gambar 4 : Respon magnitude dan fase untuk *ouput inphase*.



Gambar 5 : Respon beda fase antara *ouput quadrature* dan *inphase*.

Dari Gambar 3. dan Gambar 4. terlihat bahwa baik *ouput quadrature* maupun *inphase* memiliki respon *magnitude* berupa filter *all-pass* dan dari Gambar 5. (a) terlihat bahwa terjadi beda fase sekitar 90° antara *ouput quadrature* dan *inphase*. Jika dilihat detail di sekitar 90° seperti pada Gambar 5.(b) maka beda fase sekitar 90° ini terjadi pada rentang frekuensi tertentu yaitu sekitar antara 800 Hz sampai 70 KHz dengan *root mean square error* dari 90° sebesar 1,306.

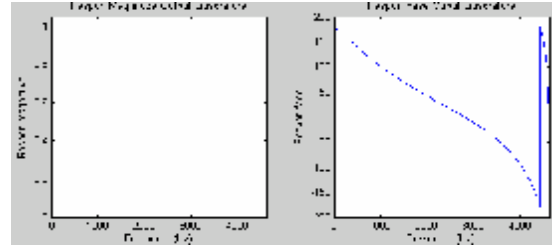
3.2. IIR Hilbert Transformers

Dengan menggunakan nilai-nilai a_{IQ} dan a_{II} yang telah didapatkan di atas serta menggunakan $T_s = 1,08 \cdot 10^{-4}$ dt atau $F_s = 9259,259$ Hz (nilai frekuensi sampling ini nanti yang akan digunakan dalam implementasi ke prosesor sinyal digital) dan memasukkannya ke “persamaan (10)” dan “persamaan (11)” maka didapatkan nilai-nilai : $b_{1Q} = -1,0433$, $b_{2Q} = -1,6519$, $b_{3Q} = 3,1804$, $b_{1I} = -1,1895$, $b_{2I} = -5,1552$ dan $b_{3I} = 1,2930$. Dengan memasukan nilai-nilai tersebut ke “persamaan (6)” dan “persamaan (7)” maka didapatkan fungsi alih untuk *output quadrature* dan *inphase* pada “persamaan (12)” dan “persamaan (13)”.

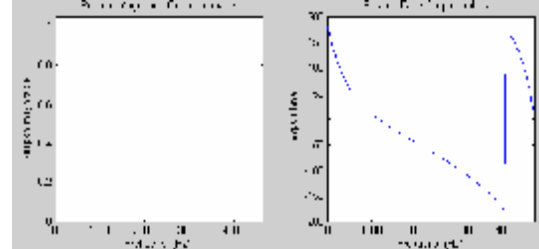
$$H_Q(z) = \frac{1 - 0,48519z^{-1} - 6,8484z^{-2} - 5,4813z^{-3}}{5,4813 + 6,8484z^{-1} + 0,48519z^{-2} - z^{-3}} \quad (12)$$

$$H_I(z) = \frac{1 + 5,0517z^{-1} - 2,0716z^{-2} - 7,9285z^{-3}}{7,9285 + 2,0716z^{-1} - 5,0517z^{-2} - z^{-3}} \quad (13)$$

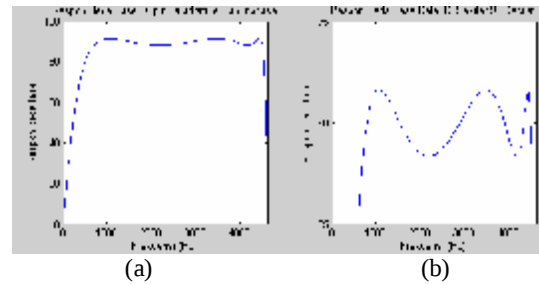
Frekuensi respon untuk *ouput quadrature* dan *inphase* didapatkan dengan memasukan $z = e^{j\omega}$ pada “persamaan (12)” dan “persamaan (13)”. Respon *magnitude* dan fase untuk *ouput quadrature* dan untuk *ouput inphase* didapatkan dengan menggunakan *MatLab* dan hasilnya dapat dilihat pada Gambar 6. dan Gambar 7. Sedangkan pada Gambar 8. dapat dilihat respon beda fase antara *output quadrature* dan *inphase*.



Gambar 6 : Respon magnitude dan fase untuk *ouput quadrature*.



Gambar 7 : Respon magnitude dan fase untuk *ouput inphase*.



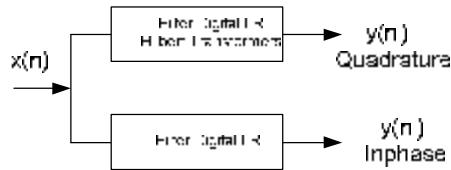
Gambar 8 : Respon beda fase antara *ouput quadrature* dan *inphase*.

Dari Gambar 6. dan Gambar 7. terlihat bahwa baik *ouput quadrature* maupun *inphase* memiliki respon *magnitude* berupa filter *all-pass* dan dari Gambar 8. (a) terlihat bahwa terjadi beda fase sekitar 90° antara *ouput quadrature* dan *inphase*. Jika dilihat detail di sekitar 90° seperti pada Gambar 8.(b) maka beda fase

sekitar 90° ini terjadi pada rentang frekuensi tertentu yaitu sekitar antara 740 Hz sampai 4490 Hz yang artinya hampir mencakup seluruh $\frac{1}{2}$ frekuensi sampling. *Root mean square error* dari 90° sebesar 1,1529. Dari hasil yang di dapat pasangan *IIR Hilbert transform* ini memberikan hasil yang cukup baik dalam memberikan pasangan sinyal dengan beda fase 90° karena mencakup hampir seluruh bandwidth ($\frac{1}{2}F_s$) dan deviasi yang kecil dari beda fase 90° yang diinginkan.

3.3. Implementasi IIR Hilbert Transformers Pada Prosesor Sinyal Digital TMS320C542

Implementasi *IIR Hilbert Transformers* ke dalam prosesor sinyal digital TMS320C542 dilakukan dengan mengkonversi fungsi alih “persamaan (12)” dan “persamaan (13)” ke dalam persamaan *difference*. Blok diagram implementasi pasangan *IIR Hilbert transform* dapat dilihat pada Gambar 9.



Gambar 9 : Pasangan *IIR Hilbert transform*

Bentuk persamaan *difference* untuk fungsi alih “persamaan (12)” dan “persamaan (13)” adalah :

$$y(n) = k_1 x(n) + k_2 x(n-1) + k_3 x(n-2) + k_4 x(n-3) + l_1 y(n-1) + l_2 y(n-2) + l_3 y(n-3) \quad (14)$$

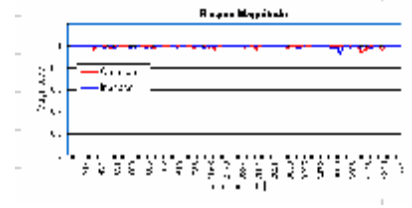
Untuk filter *quadrature* nilai koefisien-koefisiennya adalah $k_1 = 0,1824$, $k_2 = -0,0885$, $k_3 = -1,2493$, $k_4 = -1$, $l_1 = -1,2493$, $l_2 = -0,0885$ dan $l_3 = 0,1824$. Sedangkan untuk filter *inphase* nilai koefisien-koefisiennya adalah $k_1 = 0,1261$, $k_2 = 0,6372$, $k_3 = -0,2613$, $k_4 = -1$, $l_1 = -0,2613$, $l_2 = 0,6372$ dan $l_3 = 0,1261$. Dari nilai-nilai tersebut maka dapat dilihat baik untuk filter *quadrature* maupun *inphase* berlaku $k_1 = l_3$, $k_2 = l_2$ dan $k_3 = l_1$ sehingga “persamaan (14)” dapat disederhanakan menjadi :

$$y(n) = k_1 (x(n) + y(n-3)) + k_2 (x(n-1) + y(n-2)) + k_3 (x(n-2) + y(n-1)) + k_4 x(n-3) \quad (15)$$

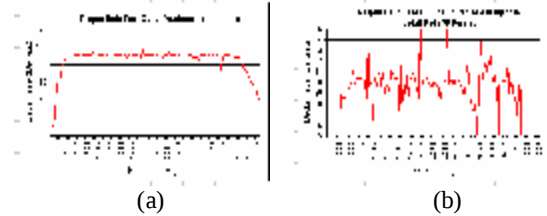
Sehingga implementasi implementasi *IIR Hilbert transformers* ke dalam prosesor sinyal digital TMS320C542 setiap sampel-nya membutuhkan operasi perkalian sebanyak 4 kali dan penjumlahan sebanyak 6 kali, jelas ini jauh lebih efisien daripada *FIR Hilbert Transformers*.

Respon *magnitude* untuk *ouput quadrature* dan *ouput inphase* dapat dilihat pada Gambar 9. Sedangkan pada

Gambar 10. dapat dilihat respon beda fase antara *ouput quadrature* dan *inphase*.



Gambar 10 : Respon *magnitude* untuk *ouput quadrature* dan *inphase*.



Gambar 11 : Respon beda fase antara *ouput quadrature* dan *inphase*.

Dari Gambar 10. terlihat bahwa baik *ouput quadrature* maupun *inphase* memiliki respon *magnitude* berupa filter *all-pass*. Pada Gambar 11. (a) terlihat bahwa terjadi beda fase sekitar 90° antara *ouput quadrature* dan *inphase*. Jika dilihat detail di sekitar 90° seperti pada Gambar 11.(b) maka beda fase sekitar 90° ini terjadi pada rentang frekuensi tertentu yaitu sekitar antara 430 Hz sampai 4200 Hz yang artinya hampir mencakup seluruh $\frac{1}{2}$ frekuensi sampling. *Root mean square error* dari 90° sebesar 2,236.

Dari hasil yang di dapat implementasi pasangan *IIR Hilbert transform* ini ke dalam prosesor sinyal digital TMS320C542 memberikan hasil yang cukup baik dalam memberikan pasangan sinyal dengan beda fase 90° karena mencakup hampir seluruh bandwidth ($\frac{1}{2}F_s$) dan deviasi yang cukup kecil dari beda fase 90° yang diinginkan. Perbedaan dengan hasil dari simulasi MatLab dan *root mean square error* yang lebih besar adalah karena adanya error kuantisasi dan pembulatan akibat keterbatasan *wordlength* pada prosesor sinyal digital TMS320C542.

4. KESIMPULAN

Pasangan filter *all-pass* analog orde tiga memberikan dengan nilai-nilai komponen yang diberikan memberikan dua buah ouput (*quadrature* dan *inphase*) yang saling berbeda fase sekitar 90° pada rentang frekuensi sekitar 800 Hz sampai 70 KHz dengan *root mean square error* dari 90° sebesar 1,306.

Konversi dari pasangan filter *all-pass* analog orde tiga menggunakan metode *bilinear* transform dengan frekuensi sampling, $F_s = 9259$ Hz, memberikan

pasangan *Hilbert* transform dengan output saling berbeda fase sekitar 90^0 pada rentang frekuensi sekitar antara 740 Hz sampai 4490 Hz yang artinya hampir mencakup seluruh $\frac{1}{2}$ frekuensi sampling dan *root mean square error* dari 90^0 sebesar 1,1529.

Implementasi pasangan *IIR Hilbert transform* ini ke dalam prosesor sinyal digital TMS320C542 memberikan hasil yang cukup baik dalam memberikan pasangan sinyal dengan beda fase sekitar 90^0 pada rentang frekuensi. 430 Hz sampai 4200 Hz yang artinya hampir mencakup seluruh $\frac{1}{2}$ frekuensi sampling dengan *root mean square error* dari 90^0 sebesar 2,236. Perbedaan dengan hasil dari simulasi MatLab dan *root mean square error* yang lebih besar adalah karena adanya error kuantisasi dan pembulatan akibat keterbatasan *wordlength* pada prosesor sinyal digital TMS320C542.

DAFTAR REFERENSI

- [1] Ifeachor, Emmanuel C. ; Jervis, Barrie W. (1993). *Digital Signal Processing : A Practical Approach*. Addison-Wesley Publishing Company.
- [2] Smith, Steven W. (1999). *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing, Second Edition*. California Technical Publishing, San Diego, California.
- [3] Proakis, J.G. ; Manolakis, D.G. (1996). *Digital Signal Processing : Principles, Algorithms, and Applications, Third Edition*. Prentice-Hall, New Jersey.
- [4] Lancaster, Don ; Synergetics (1998). *Tech Musings*, Available at www.tinaja.com.
- [5] Anonim (1996). *TMS320C54x DSP Reference Set Volume 1 : CPU And Peripherals*. Texas Instruments, Texas.
- [6] Anonim. (1996). *TMS320C54x DSP Reference Set Volume 3 : Algebraic Instruction Set*. Texas Instruments, Texas.
- [7] Anonim. (1996). *TMS320C54x DSKplus Users's Guide*. Texas Instruments, Texas.
Anonim. (1996). *TMS320C54x DSP Reference Set Volume 4 : Application Guide*. Texas Instruments, Texas.
- [8] Anonim. (1996). *TLC320AC01 Single-supply Analog Interface Circuit Data Manual*. Texas Instruments, Texas.